

Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria

Plan de estudios 2018

Programa del curso

Modelación

Séptimo semestre



SEP
SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA

Primera edición: 2021

Esta edición estuvo a cargo de la Dirección General
de Educación Superior para Profesionales de la Educación,
Av. Universidad 1200. Quinto piso, Col. Xoco,
C.P. 03330, Ciudad de México

D.R. Secretaría de Educación Pública, 2021
Argentina 28, Col. Centro, C. P. 06020, Ciudad de México

Contenido

Propósito y descripción general del curso	5
Propósito general	5
Antecedentes	5
Características	9
Cursos con los que se relaciona	11
Sugerencias o recomendaciones generales a atender	13
Competencias del perfil de egreso a las que contribuye el curso	15
Estructura del curso	18
Orientaciones para el aprendizaje y enseñanza	19
Sugerencias de evaluación	23
Unidad de aprendizaje I. La didáctica de la modelación	25
Unidad de aprendizaje II. Modelos lineales	33
Perfil académico	43
Referencias de este programa	46

Trayecto formativo: Formación para la enseñanza y el aprendizaje

Carácter del curso: Obligatorio Horas: 4 Créditos: 4.5

Propósito y descripción general del curso

Propósito general

Se espera que el estudiantado reconozca las problemáticas del aprendizaje de las matemáticas en contextos de modelación de las y los alumnos de la educación obligatoria, y construya alternativas didácticas para la enseñanza de las matemáticas mediante el estudio de las bases didácticas de la modelación, el análisis de libros de texto y la reflexión sobre los procesos personales de la modelación de problemas, con el fin de garantizar prácticas educativas de calidad al tener las bases matemáticas para sistematizar, organizar y clasificar modelos matemáticos; reconocer relaciones, representaciones y restricciones que brindan los contextos científicos, matemáticos y de las tecnologías; así como las bases didácticas y metodológicas para fundamentar sus prácticas.

Antecedentes

Una parte del estudio de las matemáticas tiene como propósito contribuir al desarrollo de habilidades para identificar, abordar, resolver problemas, así como actuar de forma independiente y responsable en la sociedad (Henning y Keune, 2007; Confrey y Maloney, 2007), esto requiere que la enseñanza de las matemáticas no se limite únicamente al dominio de matemáticas básicas y las herramientas de cálculo tradicionales, sino que proporcione espacios de aprendizaje para reflexionar y usar las matemáticas en situaciones más amplias donde pueda desarrollar sus competencias matemáticas (Ikeda, 2007). No obstante, este enfoque afronta rígidos puntos de vista por quienes defienden un aprendizaje centrado en la acumulación de conocimiento, donde las matemáticas escolares no se perciben relevantes para enfrentar los desafíos de la vida cotidiana y se busca únicamente avanzar en el nivel de abstracción para establecer generalizaciones.

Pero este pensamiento abierto sobre la matemática es útil para diagnosticar problemas y tomar decisiones, reconocer y abordar fenómenos en el mundo que nos rodea, hacer juicios informados sobre esos fenómenos y usar las

matemáticas como una herramienta para enfrentar las situaciones de la vida actual y futura (OCDE, 1999), no suele emerger de clases donde sólo se enfatizan técnicas y procedimientos, ni tampoco se resuelve ampliando la lista de temas en el plan de estudios de matemáticas, se requiere establecer conexiones entre los objetos matemáticos y el tratamiento de tareas en situaciones concretas donde se destaque el análisis, la asimilación, la interpretación y la validación de un problema, tal como ocurre en actividades como la modelación.

La modelación proporciona a las personas la capacidad para identificar y comprender el papel de las matemáticas para formular juicios matemáticos bien fundamentados y usar las matemáticas para abordar desafíos de la vida moderna (Steen, Turner y Burkhardt, 2007). En la planeación de la enseñanza, esto implica el uso de buenos problemas (Steen y Foreman, 2001) que cuenten con estas características; que sean problemas auténticos al emplear contextos comunes, problemas concretos y datos realistas. Que sean intrincados, que no se resuelvan con una simple sustitución de fórmulas, que se motive el uso de procedimientos de múltiples pasos y procedimientos no convencionales, que se propicie el trabajo en equipo y la confrontación de ideas. Que sean interesantes, que involucre diferentes áreas de interés, que ofrezca diferentes formas de abordar el problema, que motive plantear variaciones y extensiones del problema inicial, que proporcione enlaces horizontales a diversas áreas de la vida y el trabajo; y, finalmente, problemas potentes que fomenten y conecten diversas representaciones (gráfico, numérico, simbólico y verbal), que ofrezcan una integración de ideas elementales hasta temas avanzados, que motive a las y los alumnos a las matemáticas más avanzadas, amplíe las opiniones del estudiantado sobre las matemáticas, su valor y uso, y demuestre la importancia de las matemáticas en la vida cotidiana.

Esta perspectiva propone romper la rigidez de los enfoques didácticos tradicionales al centrar la enseñanza en el desarrollo de la competencia de modelización matemática (Blomhøj y Jensen, 2003), definida como la suma de capacidades y habilidades disponibles o identificables con el propósito de resolver problemas y para actuar de manera responsable y crítica con respecto a la solución (Weinert, 2001), esto permite a las personas actuar en respuesta a

los desafíos de una determinada situación, formular y trabajar con modelos, validarlos, analizarlos críticamente, evaluar, comunicar los resultados y ajustar el proceso mismo de modelado (Blum, 2002). Al respecto, Henning y Keune (2007) establecen una propuesta para el desarrollo de las competencias de modelado en tres niveles:

- Nivel 1: reconocer y comprender la actividad de modelado, caracterizada por las habilidades para reconocer, describir, distinguir y localizar fases del proceso de modelado.
- Nivel 2: modelado independiente, caracterizado por el desarrollo de habilidades para analizar, estructurar problemas, desarrollar nuevos procedimientos de solución, configurar, validar modelos matemáticos, así como interpretar resultados.
- Nivel 3: meta-reflexión sobre modelado, caracterizado por las habilidades para analizar críticamente el modelado, formular los criterios de evaluación del modelo, reflexionar sobre los propósitos del modelado y reflexionar sobre la aplicación de los conceptos matemáticos. En este nivel existe una comprensión del concepto de modelado y se desarrolla la capacidad de juzgar críticamente y reconocer relaciones relevantes, se propicia una reflexión sobre el papel que desempeñan los modelos en diversas áreas científicas, además, los modelos terminados se examinan y se evalúan (Jablonka, 1996).

A pesar del amplio reconocimiento sobre los aportes de la modelación para promover significados y favorecer la comprensión matemática, los modelos siguen teniendo un papel menor en la enseñanza de las matemáticas (Kaiser y Maaß, 2007), ya que se suele creer que la modelización reemplazará el rigor y la demostración en la matemática escolar, no obstante, aunque el modelado matemático no tiene por objetivo establecer demostraciones, las actividades de modelación requieren la precisión en las actividades de inferencia y cálculo, justificar los hallazgos especialmente su aplicabilidad en relación con el contexto del problema, además, resulta fundamental argumentar los procedimientos y conclusiones, así como para comunicar los resultados tanto a

los compañeros de equipo como a los profesores (Steen, Turner y Burkhardt, 2007).

Las actividades de modelización requieren una gama mucho más amplia de actividades de aprendizaje que una explicación o demostración (Antonius, Haines, Jensen, Niss y Burkhardt, 2007), ya que el estudiantado tiene más tiempo para abordar cada problema, discutir sus ideas matemáticas, explicar diversas vías alternativas de solución, elegir las herramientas matemáticas apropiadas para resolver el problema, utilizar diversas estrategias para verificar sus procedimientos y resultados, interpretar y evaluar sus argumentos, soluciones y explicar su procedimientos. En general, el estudiantado asume mucha más responsabilidad por su trabajo y sus procesos de solución. La modelización, como escenario de aprendizaje, implica una experiencia adaptativa (Greer y Verschaffel, 2007) en la que el estudiantado aprende a partir de la experiencia directa al resolver problemas del contexto real, donde formulan preguntas sobre el contexto y piensan en la utilidad de su conocimiento matemático para investigar los problemas, esto promueve el pensamiento matemático y se ejercitan las habilidades de razonamiento (Swan, Turner, Yoon, y Muller, 2007) y el estudiantado puede distinguir lo relevante de un problema.

La modelización matemática es una actividad fundamentalmente práctica (Greer y Verschaffel, 2007) que usualmente se realiza de forma colectiva, en la que cada participante contribuye con sus habilidades y destrezas matemáticas, y las interacciones, que se llevan a cabo al interior del grupo, contribuyen al desarrollo del modelo y a la comunicación de los hallazgos. Este intercambio de ideas ayuda a interpretar y validar los procedimientos y soluciones para arribar a un planteamiento condensado que integra las observaciones, representaciones y objetos matemáticos, al que se denomina modelo (Confrey y Maloney, 2007). De esta forma, la modelización matemática consiste en establecer una correspondencia entre un planteamiento del mundo real y una estructura matemática, en este planteamiento se definen, se realizan operaciones, se interpretan sus resultados considerando el contexto real (Greer y Verschaffel, 2007) y se forjan conexiones entre contextos y las expresiones matemáticas

formales relacionadas con esos contextos, lo cual motiva el estudio de formulaciones matemáticas abstractas (Swan, Turner, Yoon y Muller (2007).

Pero una de las características relevantes en la actividad de modelización es el desarrollo de las habilidades para cambiar de una representación a otra (Burkhardt, 1981) y de transitar entre representaciones (Lesh, Post y Behr, 1987), ya que muchos problemas matemáticos del mundo real comienzan con información en una variedad de representaciones, y al trabajar con diferentes representaciones se favorece la reflexión y la evaluación de soluciones alternativas con respecto al contexto del problema, además de que las diversas representaciones forjan vínculos entre el contexto del mundo real y la expresión matemática del núcleo del problema (Swan, Turner, Yoon y Muller, 2007).

Por otra parte, las aplicaciones informáticas para el modelado ofrecen la posibilidad de identificar patrones y permiten enseñar nuevos contenidos que sean motivados por un entorno tecnológico como la estimación, verificación, métodos iterativos, de esta forma la tecnología tiene un rol de herramienta para la solución de situaciones y problemas y permite crear ambientes de trabajo que puede compensar la rigidez de un programa tradicional de matemáticas al proporcionar a los estudiantes acceso a problemas que pueden investigarse computacionalmente y analíticamente (Pead, Ralph y Muller, 2007).

Características

Este curso está ubicado en el segundo lugar de la malla curricular, correspondiente al séptimo semestre del Plan de estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria, para trabajarse cuatro horas a la semana con 4.5 créditos, teniendo en la mira la formación de docentes de Matemáticas de educación obligatoria; pertenece al trayecto formativo Formación para la enseñanza y el aprendizaje, al igual que los cursos *Cálculo integral*, *Proyecto multidisciplinar* y *Didáctica de las matemáticas en la educación obligatoria*, con quienes guarda relación disciplinar y didáctica. Asimismo, se cursa de manera simultánea con *Retos*

actuales de la educación en México, del trayecto formativo Bases teórico metodológicas para la enseñanza y el aprendizaje, con el que tiene relación teórico metodológica para favorecer el proceso de intervención educativa y una perspectiva de apertura humanista. Otro curso del séptimo semestre es *Práctica profesional y vida escolar*, del trayecto formativo Práctica profesional, con el que también se relaciona estrechamente.

Este curso da cuenta de manera contundente de la naturaleza interdisciplinaria de los procesos de formación inicial de los futuros docentes de matemáticas y de la búsqueda constante de innovación en la enseñanza mediante la tecnología como un soporte y un medio para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Esto es posible gracias a un currículo con un enfoque basado en competencias, aunado al carácter holístico e integrador de las matemáticas, a un enfoque centrado en el aprendizaje y al modelo curricular flexible.

Servirá a quienes pretendan dedicarse a la docencia de las matemáticas en la educación obligatoria con enfoques innovadores como el de la modelación, que coadyuvará a la conformación de una cultura del trabajo colaborativo multidisciplinar con docentes de otros cursos. El abordaje de este curso permitirá a cualquier persona egresada tener el dominio de los contenidos matemáticos y la posibilidad de interacción con docentes de otros cursos desde la postura de que los proyectos interdisciplinarios otorgan sentido al estudio de las matemáticas.

También se desarrollarán competencias de creatividad e innovación tecnológica, particularmente la programación como estrategia de modelación. El soporte tecnológico no es suficiente si no va acompañado de una perspectiva desde la cual sean pertinentes las tecnologías para la información y la comunicación, para el aprendizaje y el conocimiento, y para el empoderamiento y la participación.

Cursos con los que se relaciona

El enfoque holista propuesto para esta licenciatura favorece una vinculación entre los contenidos de este curso con otros cursos de la licenciatura. A continuación, se muestran los cursos cuyos contenidos o propuestas se imbrican.

Se relaciona con el curso *Sentido numérico* por la forma aritmética de integrar los fenómenos en estados cuantificables con datos duros que ordenan estadísticamente la tendencia y evolución de los procesos que se estudian.

Su relación con *Pensamiento algebraico* se centra en la abstracción que cada sujeto puede construir en representaciones mentales lógicas, flexibles y dinámicas que pueden orientar la diversidad de posibilidades por la tentativa tendencia al cambio presupuesto en una colección de sentidos independientes que se influyen unos con otros. Imbricado el pensamiento algebraico como la capacidad mental de abstraer con el curso *Álgebra y funciones* que en su estructura curricular propone la herramienta para la generación de ecuaciones que modelan el fenómeno de estudio.

El curso *Pensamiento estocástico* incluye una razón numérica sobre bases de datos y un análisis cuantitativo que imbrique el sentido subjetivo de los números, que tratados con un sentido probabilístico indica las tendencias posibles, próximas, ideales y reales, así como diversos algoritmos que se pudiesen construir como parte de series o sucesiones de eventos capaces de modificar o conservar el sentido original del modelo y de poder realizar ajustes que faciliten su validación. Este pensamiento, en datos duros, significa en el normalista tiene una forma de tratar la información y datos en análisis estadísticos que el curso *Tratamiento de la información* habilita como complemento del pensamiento estocástico.

Estos espacios curriculares presentan herramientas básicas y herramientas matemáticas: aritméticas, algebraicas y probabilísticas, que al imbricarse acomodan la diversidad de variables, ideas y sentidos en ecuaciones que

modelan e integran la necesidad de estudio con el algoritmo y solución del fenómeno estudiado.

Los procesos de modelación complejos del pensamiento matemático estructuran los fenómenos de estudio al observar e identificar los cambios y variaciones, como crecimiento, velocidad y aceleración; algunos de ellos tienen bases conceptuales en el *Cálculo diferencial*, logrando descubrir cómo se imbrica la función propuesta, como base para el modelo matemático, con su primera derivada.

Por otra parte, el *Cálculo integral* es una muestra específica de los alcances, dimensiones y afectaciones que pueden ocurrir en los modelos y sus objetos procesuales de estudio. La integración de la función crea una dimensión que el estudiantado normalista construye como un elemento de singularidad para saber los límites de la población, muestra y espacio-tiempo, donde el fenómeno tiene su mayor incidencia, debilidades y variaciones significativas.

Estas herramientas disciplinares de la matemática son una propuesta curricular adecuada para el estudio de la modelación matemática como idea epistemológica de un paradigma en la recreación mental multidisciplinar de modelos matemáticos en la formación normalista y en su desarrollo profesional para la práctica en condiciones reales de trabajo.

Los modelos matemáticos permiten al estudiantado la creación de un nuevo paradigma para el estudio de la matemática, proponen herramientas multidisciplinarias del pensamiento matemático, dominio de la matemática como disciplina y un panorama integral de cómo el conocimiento se construye. Para el estudiantado la modelación matemática es una propuesta epistemológica para enriquecer su acervo didáctico, y una guía para el estudio pedagógico que le permiten el diseño de situaciones de aprendizajes, adecuadas a los contextos de su alumnado de la educación obligatoria.

La modelación es también una herramienta metodológica de la investigación educativa, habilitando con herramientas la observación y el análisis para la teorización de la práctica docente.

Todos los cursos del trayecto formativo Práctica profesional se ven beneficiados con este curso. Se espera que la innovación que se derive de las experiencias obtenidas permita vislumbrar al estudiantado la importancia del diseño de secuencias de actividades con materiales y soportes tecnológicos.

También se vincula directamente con los cursos del trayecto formativo Optativos, en su especialidad Tecnología educativa.

Sugerencias o recomendaciones generales a atender

Las situaciones del confinamiento por el SARS-CoV-2 ha llevado a docentes a establecer estrategias de trabajo a distancia mediante el uso de las tecnologías y el trabajo colaborativo. Lejos de ser una desventaja, esto puede favorecer el desarrollo de una enseñanza innovadora y acompañar al estudiantado normalista para afrontar situaciones inéditas de trabajo autónomo en modalidad asincrónica o sincrónica. Es importante que el trabajo esté pautado y que se vinculen varios cursos para evitar la saturación del estudiantado.

Con este acercamiento se espera que contextualice y fundamente la práctica docente que llevará a cabo en los cursos del trayecto formativo Práctica profesional y resuelva problemas de la docencia mediante la recuperación estratégica de metodologías innovadoras que recuperen la información de diversos contextos que es susceptible de ser modelizada, por ejemplo, los modelos lineales y no lineales que pueden ser construidos para entender la información de la pandemia de SARS-CoV-2.

Para el desarrollo de las actividades de este curso se sugiere al menos tres reuniones del colectivo docente para planear y monitorear las acciones del semestre y acordar evidencias de aprendizaje comunes. Específicamente, se recomienda un trabajo colegiado con los docentes responsables de los cursos: *Cálculo integral*, *Proyecto multidisciplinar* y *Didáctica de las matemáticas en la educación obligatoria*.

Considerando que las habilidades matemáticas no sólo se limitan a hechos y reglas que deben conocerse y dominarse de memoria, el trabajo de este curso

aporta un marco para reconocer que las matemáticas son indispensables para formular, interpretar y emplear modelos en una variedad de contextos y también en situaciones matemáticas, las cuales incluyen construir modelos de comportamientos matemáticos de ciertos conjuntos numéricos y diversas formas de representarlos.

Se sugiere de manera general que la población estudiantil guarde una copia de todo lo que realicen en el curso, en físico y digital, para complementar su portafolio de evidencias y tener insumos para sus investigaciones, si quieren realizar tesis para titularse.

Es conveniente que el personal docente aliente la consulta y estudio en textos en inglés. Este programa recomendará algunas fuentes de consulta en ese idioma.

Este curso fue elaborado por docentes normalistas, personas especialistas en la materia y en el diseño curricular provenientes de las siguientes instituciones: Carlos Bosch Giral del Instituto Tecnológico Autónomo de México e integrante de la Academia Mexicana de la Ciencia; Alejandra Avalos Rogel de la Escuela Normal Superior de México; Felipe Bermejo Herrera de la Escuela Normal Superior del Estado de Puebla; Pablo Alberto Macías Martínez de la Escuela Normal Superior de Jalisco; Apolo Castañeda Alonso de la Escuela Normal Superior del Estado de México; Carlos César Cruz Arizmendi del Centro de Actualización del Magisterio de Acapulco, y Gerardo Gabriel García Castejón del Centro de Actualización del Magisterio de Acapulco. Especialistas en diseño curricular: Julio César Leyva Ruiz, Gladys Añorve Añorve, Sandra Elizabeth Jaime Martínez y María del Pilar González Islas, de la Dirección General de Educación Superior para el Magisterio.

Competencias del perfil de egreso a las que contribuye el curso

Competencias genéricas

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.
- Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.
- Colabora con diversos actores para generar proyectos innovadores de impacto social y educativo.
- Utiliza las tecnologías de la información y la comunicación de manera crítica.
- Aplica sus habilidades lingüísticas y comunicativas en diversos contextos.

Competencias profesionales

Utiliza conocimientos de las Matemáticas y su didáctica para hacer transposiciones de acuerdo con las características y contextos de los estudiantes a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas de estudio vigentes.

- Identifica marcos teóricos y epistemológicos de las Matemáticas, sus avances y enfoques didácticos para la enseñanza y el aprendizaje.
- Articula el conocimiento de las Matemáticas y su didáctica para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces.
- Utiliza los elementos teórico-metodológicos de la investigación como parte de su formación permanente en las Matemáticas.
- Relaciona sus conocimientos de las matemáticas con los contenidos de otras disciplinas desde una visión integradora para propiciar el aprendizaje de sus estudiantes.

Diseña los procesos de enseñanza y aprendizaje de acuerdo con los enfoques vigentes de las Matemáticas, considerando el contexto y las características de los estudiantes para lograr aprendizajes significativos.

- Propone situaciones de aprendizaje de las Matemáticas, considerando los enfoques del plan y programa vigentes; así como los diversos contextos de los estudiantes.
- Relaciona los contenidos de las matemáticas con las demás disciplinas del plan de estudios vigente.

Evalúa los procesos de enseñanza y aprendizaje desde un enfoque formativo para analizar su práctica profesional.

- Diseña y utiliza diferentes instrumentos, estrategias y recursos para evaluar los aprendizajes y desempeños de los estudiantes considerando el tipo de saberes de las Matemáticas.
- Reflexiona sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, y los resultados de la evaluación, para hacer propuestas que mejoren su propia práctica.

Gestiona ambientes de aprendizaje colaborativos e inclusivos para propiciar el desarrollo integral de los estudiantes.

- Utiliza información del contexto en el diseño y desarrollo de ambientes de aprendizaje incluyentes.
- Promueve relaciones interpersonales que favorezcan convivencias interculturales.

Utiliza la innovación como parte de su práctica docente para el desarrollo de competencias de los estudiantes.

- Implementa la innovación para promover el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes.
- Diseña y/o emplea objetos de aprendizaje, recursos, medios didácticos y tecnológicos en la generación de aprendizajes de las Matemáticas.

- Utiliza las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC), y Tecnologías del Empoderamiento y la Participación (TEP) como herramientas de construcción para favorecer la significatividad de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Competencias disciplinares

Construye argumentos para diseñar y validar conjeturas en todas las áreas de las matemáticas en diferentes situaciones.

- Analiza distintas situaciones que lleven a diseñar una conjetura.

Articula las distintas ramas de las Matemáticas incorporando otras disciplinas para facilitar el análisis de una situación modelada.

- Construye relaciones entre la geometría y el álgebra, el álgebra y la estadística, la aritmética y la probabilidad, entre otras.
- Utiliza herramientas tecnológicas para analizar y modelar situaciones.

Establece relaciones funcionales algebraicas y trascendentes entre variables, para modelar y resolver problemas que impliquen máximos y mínimos.

- Recurre a la generalización y a la variación funcional para resolver problemas.
- Modela problemas en los que interviene la razón de cambio y el límite de una función.

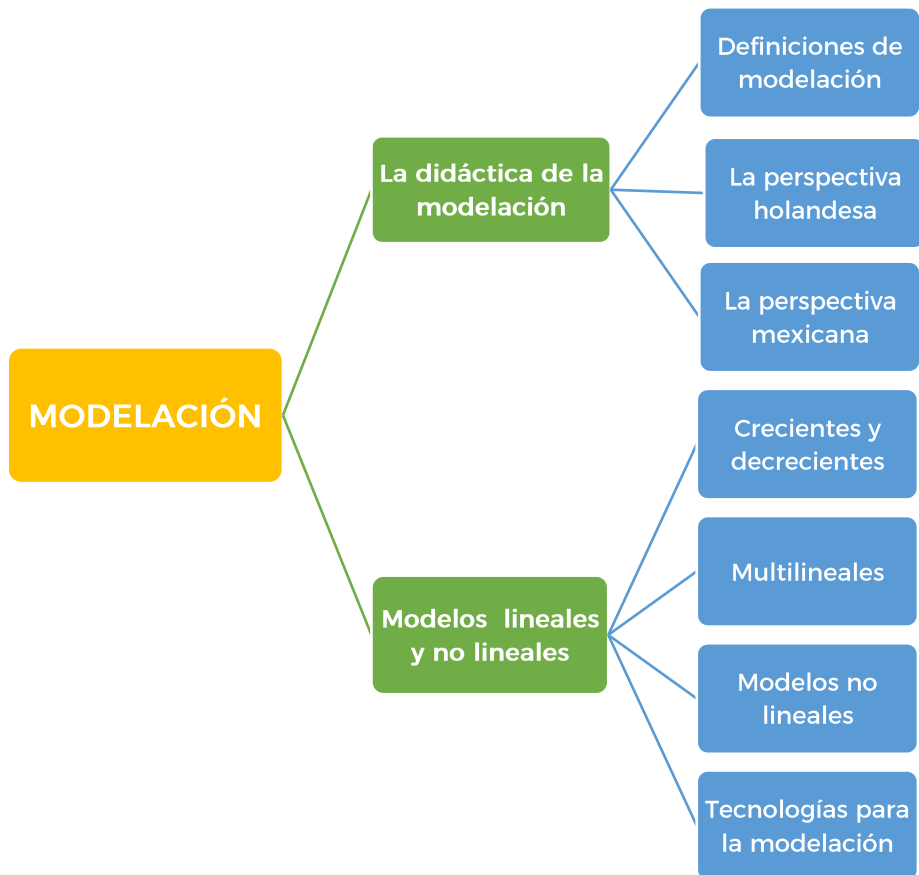
Estructura del curso

Unidad de aprendizaje I. La didáctica de la modelación

- Definiciones de modelación
- La perspectiva holandesa
- La perspectiva mexicana

Unidad de aprendizaje II. Modelos lineales

- Modelos lineales: crecientes y decrecientes
- Multilineales
- Modelos no lineales
- Tecnologías para la modelación



Orientaciones para el aprendizaje y enseñanza

En primera instancia, se trata de un curso que se basa en la integración curricular para promover la educación científica en los términos planteados y, por lo tanto, en una enseñanza interdisciplinaria que requiere del desarrollo del pensamiento complejo de los estudiantes. Se coincide con la definición propuesta por J. Beane (2005), respecto al currículo es un diseño curricular que se interesa por mejorar la integración, las posibilidades de integración personal y social mediante la organización del currículum en torno a problemas y cuestiones significativos, definidos de manera colaborativa entre los educadores y alumnos, sin preocuparse por los límites que definen a las áreas disciplinares (p. 17).

La integración del currículo inicia con la idea de que las fuentes del currículo deben ser problemas, temas, e intereses planteados por la vida misma. Tales intereses se dan en dos ámbitos: el de los intereses personales, y el relacionado con problemas y temas planteados por el mundo.

Como se ha mencionado, atender la complejidad de las interrelaciones Matemáticas, Ciencia y Tecnología (MCT) requiere analizar las dimensiones: epistemológica, heurística pedagógica, e histórica y, en lo posible, apoyarse en investigaciones educativas relacionadas.

Una fuente natural para comprender los procesos generadores de propiedades y procedimientos está en la historia de la ciencia. Es uno de los campos fundamentales a incorporar en una enseñanza con enfoque interdisciplinario. Es importante rescatar procesos de construcción y descubrimiento de la historia de la ciencia y vincular los conocimientos actuales con sus precedentes. Existen métodos que enfatizan este rescate que podrían ser aprovechados en la enseñanza de las matemáticas de la educación obligatoria. Es igualmente importante que el estudiantado se entere de que la mayor parte del progreso de la ciencia, las matemáticas y la tecnología es el resultado de la acumulación de conocimientos adquiridos durante muchos siglos y las rupturas para generar nuevos objetos matemáticos.

Según Dubinsky, para Piaget y García (1983) “...la historia del desarrollo intelectual no trata sobre la adquisición de porciones específicas de conocimiento, sino más bien, tiene que ver con el surgimiento de mecanismos poderosos mediante los cuales un individuo aumenta su habilidad para entender situaciones complejas.” (Dubinsky, 1996, p. 27)

Finalmente, en este curso se propone hacer énfasis en el aspecto tecnológico que está asociado fuertemente con conocimientos y habilidades en el área de ingeniería, que es la de más reciente incorporación en la propuesta del modelo STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics). Glancy y Moore (2013, cit. en Rojas y Segura, 2019) reconocen que la educación en STEM exponencia el aprendizaje cuando se considera “... el razonamiento lógico, causal y deductivo en las matemáticas, el diseño y optimización de procesos en ingeniería, la indagación en ciencias, así como el pensamiento computacional en los campos de la tecnología” (p. 13).

El enfoque de STEM implica la inclusión de prácticas y proyectos que recurren a la ciencia, la tecnología, la ingeniería, las artes y las matemáticas de manera interdisciplinaria, transdisciplinaria e integrada, que tienen en el centro problemas no triviales y complejos, y que requiere de habilidades como el pensamiento creativo, el trabajo colaborativo, el pensamiento crítico, la comunicación efectiva; actitudes como la proclividad a la innovación, el desarrollo sostenible y el bienestar social; y valores como la democracia, la inclusión, el respeto a la diversidad natural y social, y por la dignidad humana.

Investigaciones como las de Hallström y Schönborn (2019) sostienen que la modelación forja vínculos naturales con el enfoque STEAM debido a la similitud en cuanto sus prácticas y métodos para atender los problemas y planteamientos. Incluso, como lo señala Gilbert, Boulter y Elmer, (2000), ambas establecen una relación sinérgica que implica que el estudiante transite entre las áreas de aprendizaje STEAM mientras participa en actividades científicas, matemáticas y tecnológicas, propias de la modelación, haciendo estas dos tareas interdependientes.

En esta doble perspectiva se puede utilizar la modelación como base para fomentar una educación STEAM en escenarios específicos de aprendizaje con una doble dimensión. La primera, donde se propicie la práctica científica a través de la construcción de representaciones simplificadas de fenómenos como gráficas o ecuaciones. La segunda, donde se formulen procesos, se construya prototipos, se elaboren diseños prácticos y tareas propias del campo de la ingeniería.

En este escenario, uno de los principales desafíos es el diseño de un ambiente de aprendizaje que sitúe a la modelación como un medio para construir explicaciones sobre las situaciones y fenómenos y, además, se observe como un medio para analizar y proponer soluciones a cuestionamientos más amplios. Para este curso se pueden recuperar las experiencias de trabajo que se plantearon en el curso *Innovación en la enseñanza de las matemáticas*, del cuarto semestre de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria, particularmente en la unidad de aprendizaje II, donde se abordó el diseño de una secuencia didáctica innovadora bajo la metodología STEAM. Se sugiere atender alguna de las experiencias analizadas a través de un enfoque de modelación para apoyar una comprensión profunda, en tanto que los modelos son abstracciones que representan un fenómeno o situación de forma simplificada, a través de representaciones matemáticas.

Sin embargo, se espera que los modelos no sean en sí mismo una descripción abstracta, sino que permitan explicar, construir, modificar, manipular y/o predecir situaciones y fenómenos (Hallström y Schönborn, 2019). Que permitan generar, interpretar o reinterpretar hipótesis de las situaciones, explicar cómo se relaciona la información, incluso, desarrollar una habilidad para evaluar el alcance y las limitaciones de un modelo atendiendo a los contextos más amplios que ofrece la educación STEAM. Recuperando las recomendaciones de Hallström y Schönborn (2019) se puntualiza que:

- La modelización cierra la brecha entre las disciplinas STEM a fin de no mirarlas como la suma de sus partes, sino como una práctica auténtica.

- La modelización es un medio para promover la alfabetización STEM, la transferencia de conocimientos y habilidades entre contextos.
- La modelización es un medio significativo hacia la educación STEM auténtica, ya que ayuda a la comprensión de los fenómenos y situaciones, propiciando una mejor planeación de las acciones.

De ahí la importancia del trabajo colaborativo con el personal docente del curso *Práctica profesional y vida escolar*, del trayecto formativo Práctica profesional, para incluir estos aspectos teóricos, metodológicos y didácticos en las planificaciones, y con los docentes de otras licenciaturas para la formación inicial con los que sea posible desarrollar proyectos conjuntos.

Sugerencias de evaluación

La evaluación es un proceso permanente que permite valorar gradualmente la manera en que cada estudiante moviliza sus conocimientos, pone en juego sus destrezas y desarrolla nuevas actitudes utilizando los contenidos conceptuales y procedimentales que el curso propone.

Este apartado brinda algunas sugerencias a considerar sobre los aprendizajes a lograr y a demostrar en cada una de las unidades del curso, así como su integración final. De este modo se propicia la elaboración de evidencias parciales para las unidades de aprendizaje y una evidencia final para la evaluación del curso.

Con relación a la acreditación de este curso se retoman las Normas de control escolar aprobadas para los planes 2018, que en su punto 5.3, inciso e) menciona: “La acreditación de cada unidad de aprendizaje será condición para que el estudiante tenga derecho a la evaluación global”, y en su inciso f) se especifica que “la evaluación global del curso ponderará las calificaciones de las unidades de aprendizaje que lo conforman, y su valoración no podrá ser mayor del 50%. La evidencia final tendrá asignado el 50% restante a fin de completar el 100%.” (SEP, 2019, p. 16)

Las sugerencias de evaluación, como se propone en el plan de estudios, consisten en un proceso de recolección de evidencias sobre un desempeño competente del estudiante con la intención de construir y emitir juicios de valor a partir de su comparación con un marco de referencia constituido por las competencias, sus unidades o elementos y los criterios de evaluación; al igual que en la identificación de aquellas áreas que requieren ser fortalecidas para alcanzar el nivel de desarrollo esperado en cada uno de los cursos del plan de estudios y, en consecuencia, en el perfil de egreso.

Para la elaboración de las evidencias es necesario reconocer la complejidad del proceso de aprendizaje, por lo que éste puede requerir una serie de productos previos que permitan retroalimentar y orientar a cada estudiante, de acuerdo a su propio ritmo de aprendizaje.

De ahí que las evidencias de aprendizaje se constituyan no sólo en el producto tangible del trabajo que se realiza, sino particularmente en el logro de una competencia que articula sus tres esferas: conocimientos, destrezas y actitudes.

A continuación, se presentan algunas sugerencias de evidencias para evaluar los aprendizajes de este curso:

Ensayo analítico sobre la didáctica de la modelación	25%
Compilación de problemas que impliquen modelos lineales y no lineales	25%
Análisis previo de problemas para la educación obligatoria	50%

Unidad de aprendizaje I. La didáctica de la modelación

Las y los estudiantes normalistas han vivido en diferentes momentos de su escolaridad la experiencia de obtener modelos a partir de problemas en contexto e incluso, algunos han logrado aplicar los modelos obtenidos en nuevos problemas, previa contrastación con el conocimiento socialmente válido, esto es el conocimiento convencional. En algunos casos, las situaciones de institucionalización en torno a dichos modelos les permitieron construir conocimiento matemático. En este momento de sus estudios es importante que reflexionen en torno a las condiciones de enseñanza que posibilitan que un grupo de estudiantes logre recuperar sus conocimientos previos para modelar una situación.

Propósito de la unidad de aprendizaje

A partir de la recuperación y análisis de sus experiencias de aprendizaje con los modelos diseñados en otros cursos del trayecto formativo Formación para la enseñanza y el aprendizaje, y con ayuda de perspectivas de la didáctica de la modelación, analizar las características de los contextos y de los problemas que llevan a la generación de modelos matemáticos reconocer las necesidades formativas del estudiantado y fundamentar la innovación en su enseñanza para que diseñe actividades de integración curricular entre estos campos del conocimiento y tenga alternativas didácticas en el abordaje de las matemáticas.

Contenidos

- Definiciones de modelación
- La perspectiva holandesa
- La perspectiva mexicana

Actividades de aprendizaje

A continuación, se presentan algunas sugerencias de actividades para desarrollar las competencias, no obstante, cada docente está en la libertad de modificar, sustituir o adaptarlas al contexto y necesidades de su grupo.

Se propone que el estudiantado realice algunas actividades propuestas de manera asincrónica, sobre todo las de búsqueda y sistematización de información, y que utilice los momentos de comunicación sincrónica o los foros virtuales, para socializar los resultados.

Generales

- El personal docente recupera los saberes previos del tema, particularmente los derivados de algunas actividades en el abordaje de la asignatura de modelación, en el caso de estudiantes que la cursaron en el bachillerato.
- El estudiantado elabora una lista de sitios web de información confiable bajo la dirección del personal docente.
- El profesorado organiza, junto con el estudiantado, la información en organizadores gráficos, infogramas o fichas de trabajo, sobre diversos paradigmas de la modelación, para el aprendizaje de conceptos y procedimientos y facilitar su consulta.
- Hacer lecturas de textos en inglés sobre el tema.
- Desde esta primera unidad se recuperarán situaciones de la vida cotidiana donde es susceptible utilizar las Matemáticas para la modelación.

Específicas

- Con ayuda del profesorado, el estudiantado elegirá algún artículo del libro *Modelling and Applications in Mathematics Education* de Blum, W., et al. (2007), para identificar diferentes definiciones de modelación y elaborar infografías con las principales categorías. Esta sugerencia

bibliográfica no es limitativa, por lo que se podrán sugerir otros textos que permitan el desarrollo de la actividad.

- Buscar y visualizar videos sobre la modelación, en Youtube u otra plataforma, para construir una conceptualización personal.
- El estudiantado retomará de sus portafolios de cursos anteriores algunos problemas abordados para analizar los procedimientos que siguieron en los procesos de modelación. Identificar en el currículum de la educación obligatoria, y en su propia licenciatura las asignaturas o temas en los que se aborda la modelación.
- Analizar las características de los contextos y de los problemas que llevan a la generación de modelos matemáticos y reconocer las necesidades formativas del alumnado de educación obligatoria.
- El estudiantado recuperará los problemas abiertos planteados en los exámenes de PISA y los analizará en función de la propuesta de Henning y Keune (2007), de tres niveles para el desarrollo de las competencias de modelado. En esos mismos problemas identificar cómo se plantean las preguntas que permitan la identificación de un pensamiento crítico.
- Leer las propuestas de Fernando Hitt, María Trigueros y de Liliana Suárez sobre la modelación y recuperar las características de sus propuestas. A partir de las características de los problemas que proponen fundamentar el diseño de problemas que lleven a la generación de modelos matemáticos que recuperen características de los contextos y necesidades formativas del alumnado de educación obligatoria.

Como evidencia de aprendizaje para esta primera unidad es preciso recuperar los resultados de todas las actividades para elaborar un ensayo analítico sobre la didáctica de la modelación en el que se exponga:

- a) Los principales problemas que enfrenta un docente para diseñar problemas que requieran modelación.
- b) Los problemas de los estudiantes en el proceso de modelación.

Se sugiere identificar las causas con los autores leídos y presentar propuestas de solución en función de los contextos específicos de enseñanza o de aprendizaje.

Evidencias

El docente podrá elegir aquellos que son procesuales y permiten la retroalimentación, a diferencia de aquellos que permiten evidenciar el aprendizaje, para decidir si los considera como objeto de evaluación.

Se sugiere la siguiente evidencia de aprendizaje:

- Ensayo analítico con la estructura:

Problema.

Causa.

Solución.

Criterios de evaluación

Para esta unidad se proponen dos criterios de evaluación de competencias, más abajo los indicadores de cada uno de los aspectos que las conforman:

- Reconoce las restricciones en el diseño de situaciones susceptibles de ser modeladas.
- Identifica los procesos y dificultades de las y los alumnos de la educación obligatoria en el proceso de modelación.

Conocimientos

- Expone diferentes definiciones de modelación matemática y logra arribar a una definición personal.
- Explica los procedimientos que siguió en los procesos de modelación en las asignaturas anteriores.
- Identifica los tres niveles en el desarrollo de competencias de modelado.

Habilidades

- Identifica elementos del currículum que le permiten tomar decisiones didácticas en el diseño de situaciones.

- Define problemas didácticos en el diseño de situaciones susceptibles de ser modeladas.
- Describe los procesos de los estudiantes de educación básica en los procesos de modelación.
- Considera la diversidad cultural y de género en los contextos susceptibles de ser modelados.
- Analiza los resultados de aprendizajes y desempeños en las matemáticas reportados en distintos estudios.
- Identifica situaciones y ambientes de aprendizaje innovadores para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- Emplea los marcos teóricos de la modelación para justificar procesos de enseñanza y analizar procesos de aprendizaje.
- Expresa claramente sus ideas y argumentos de forma oral y escrita en distintos contextos.

Actitudes

- Muestra autonomía en su proceso de aprendizaje.
- Muestra empatía en las dificultades asociadas a los procesos de aprendizaje de sus estudiantes.

- Integra la diversidad cultural en su práctica cotidiana.
- Escucha las conjeturas y argumentos de sus pares para resolver problemas profesionales.
- Muestra disposición a la autorregulación de su propio aprendizaje.
- Muestra perseverancia para concluir con las tareas y actividades.
- Colabora con distintos actores en la propia Escuela Normal para desarrollar proyectos y generar propuestas innovadoras acordes a la diversidad de su alumnado.

Valores

- Reconoce la inclusión como un valor en la sociedad.
- Respeta las opiniones, estrategias de resolución de problemas y los razonamientos de docentes, pares y alumnos.
- Reconoce a la docencia como una profesión con fundamentos teóricos y metodológicos.
- Muestra honestidad al citar las ideas y trabajos de pares, docentes y autores.
- Soluciona problemas utilizando su pensamiento crítico.

Ponderación de acuerdo con las normas de control escolar: se sugiere que la evidencia de esta unidad equivalga al 25% de la calificación total.

Bibliografía básica

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W. y Niss, M. (Eds.). *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study.* New York: Springer.

Hitt, F. y Quiroz, S. (2017). Aprendizaje de las matemáticas a través de la modelación matemática en un medio sociocultural ligado a la teoría de la actividad. En *Revista colombiana de educación*, vol. 73, pp. 152-175.

Henning, H. y Keune, M. (2007). Levels of modelling competencies. En W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp. 225-232) New York: Springer.

Suárez, L. (2014). *Modelación-graficación para la matemática escolar.* México: Díaz de Santos.

Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. En *Innovación educativa*, vol. 9, núm. 46, pp. 75-87. México: Instituto Politécnico Nacional.

Bibliografía complementaria

Fregona, D., Villarreal, M., Smith, S. y Viola, F. (2017). *Profesores que enseñan matemática y prácticas educativas en diferentes escenarios.* Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba.

Videos

TuttiMathi (25 Julio 2020). Modelacion Matemática - Introducción al Mundo de la Modelación [Video]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=tvDfI0iHN98>

Horacio Ademar Ferreyra (24 Agosto 2017). Modelización matemática: formulación y resolución de problemas - C. Esteley y M. Villarreal [Video]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=km217MhamPI>

Sitios web

www.revista-educacion-matematica.org.mx

Unidad de aprendizaje II. Modelos lineales

Los modelos lineales en la educación en México se abordan desde los primeros años de la educación primaria, pues subyacen en los problemas de conteo y, en general, en las relaciones de proporcionalidad. Sin embargo, el acento recae en el algoritmo que se espera abordar y no necesariamente en el modelo y en el proceso de la modelación. Esto ha llevado a algunas confusiones, por ejemplo, los modelos lineales decrecientes y las funciones inversamente proporcionales. En esta unidad se abordarán también modelos cuya expresión son funciones algebraicas y trascendentes.

El abordaje de la modelación mediante la tecnología es importante desde la perspectiva de que la programación también es una forma de modelar un problema.

Propósito de la unidad de aprendizaje

A partir del análisis de situaciones y problemas de la educación obligatoria caracterizar los modelos lineales, sus diferentes representaciones, los contextos y los problemas que resuelven, y los conocimientos matemáticos que pueden derivarse de ellos, con el fin de reconocer las necesidades formativas de los estudiantes, fundamentar la innovación en su enseñanza y extender su conocimiento a los contextos que demandan un abordaje multilíneo.

Contenidos

- Modelos lineales: crecientes y decrecientes
- Multilíneos
- Modelos no lineales
- Tecnologías para la modelación

Actividades de aprendizaje

A continuación, se presentan algunas sugerencias de actividades para desarrollar las competencias, no obstante, cada docente está en la libertad de modificar, sustituir o adaptarlas al contexto y necesidades de su grupo.

Se propone que el estudiantado realice algunas actividades propuestas de manera asincrónica, sobre todo las de búsqueda y sistematización de información, y que utilice los momentos de comunicación sincrónica o los foros virtuales para socializar los resultados.

Generales

- El personal docente recupera los saberes previos del tema. Algunos estudiantes vieron los temas que se abordan en esta unidad en la educación básica y en el bachillerato.
- El estudiantado elabora una lista de sitios web de información confiable bajo la dirección del personal docente.
- El profesorado organiza, junto con el estudiantado, la información en organizadores gráficos, infogramas o fichas de trabajo, para el aprendizaje de conceptos y procedimientos para facilitar su consulta.
- Hacer lecturas de textos en inglés sobre el tema.
- Se sugiere plantear una actividad integradora con el curso *Práctica profesional y vida escolar*.
- Desde esta unidad se recuperarán situaciones de la vida cotidiana y de materiales de apoyo al trabajo docente donde es susceptible utilizar las Matemáticas. Estas situaciones pueden ser integradas en la recopilación de secuencias didácticas que se utilizan en otros cursos de este semestre.

Específicas

- Explorar la página de la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG) para localizar libros de texto de matemáticas de primaria y secundaria y recupere diversos libros de bachillerato con el fin de analizar

en esos materiales las situaciones en las que subyacen modelos lineales: ¿a partir de qué grado aparecen modelos lineales?, ¿qué contenidos y algoritmos se desprenden de ellos?, ¿cuáles son las diversas representaciones y registros semióticos con los que se presentan?

- Identificar tipos de problemas de variación proporcional y su relación con los modelos lineales. Identificar problemas de variación múltiple, de reparto proporcional y de mezclas. ¿Cómo se deriva una teoría de las proporciones de estos problemas?
- Identificar los problemas en los que la relación lineal tiene pendiente negativa.
- Resolver problemas de Programación lineal e identificar diversos procedimientos y algoritmos como el algoritmo simplex, en la solución de dichos problemas.
- A partir de algunos libros de texto de secundaria y de bachillerato identificar los problemas cuyos modelos se expresan mediante funciones algebraicas y trascendentes.
- Recuperar y analizar la pertinencia, para la educación obligatoria, de algún proyecto de tecnología para la modelación: modelación con Python, modelación con Geogebra, modelación con Stella (proyecto EMAT).
- Analizar los problemas que se proponen en los cursos *Cálculo integral* y *Proyecto multidisciplinar*, e identificar los modelos que se abordan.

Para concluir con esta unidad de aprendizaje se sugiere elaborar como evidencia integradora una compilación de problemas que impliquen modelos lineales y no lineales, para atender las necesidades formativas del alumnado en educación obligatoria, así como para fundamentar la innovación en su enseñanza en los contextos que demandan un abordaje multilíneal.

Evidencias

El docente podrá elegir aquellos que son procesuales y permiten la retroalimentación, a diferencia de aquellos que permiten evidenciar el aprendizaje, para decidir si los considera como objeto de evaluación.

Se sugiere la siguiente evidencia de aprendizaje:

- Compilación de los problemas de modelación lineal, no lineal y los problemas que se abordan mediante software de modelación.

Criterios de evaluación

Para esta unidad se proponen dos criterios de evaluación de competencias, más abajo se presentan los indicadores de cada uno de los aspectos que las conforman:

- Pertinencia en la recuperación y análisis de situaciones y problemas que favorecen la modelación de libros de texto.
- Resuelve problemas de Programación lineal y problemas con funciones algebraicas y trascendentes.

Conocimientos

- Caracteriza modelos lineales.
- Define diversas representaciones de modelos lineales.
- Identifica diversos procedimientos y algoritmos asociados a los modelos lineales.
- Conceptualiza elementos de la Teoría de las proporciones.
- Explica algunos modelos multilineales como la Programación lineal.
- Expone las funciones algebraicas y trascendentes como modelos no lineales.

- Identifica las dificultades asociadas a la modelación en la construcción del conocimiento matemático.
- Integra los conceptos físicos, matemáticos y tecnológicos.

Habilidades

- Utiliza algunas funciones de software para la modelación matemática.
- Utiliza algoritmos asociados a las representaciones y tratamiento de modelos lineales, multilineales, y los asociados a funciones trascendentes.
- Reconoce la diversidad cultural y de género en la investigación científica y matemática.
- Identifica situaciones y ambientes de aprendizaje innovadores para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- Emplea los marcos teóricos y epistemológicos estudiados con anterioridad para favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Expresa claramente sus ideas y argumentos de forma oral y escrita en distintos contextos.
- Utiliza las TIC, TAC y TEP en su proceso de aprendizaje y en su práctica docente.

Actitudes

- Es proclive a la vinculación interniveles de la educación obligatoria.
- Muestra autonomía en su proceso de aprendizaje.
- Integra la diversidad cultural en su práctica cotidiana.
- Escucha las conjeturas y argumentos de sus pares para resolver problemas profesionales.
- Muestra disposición a la autorregulación de su propio aprendizaje.
- Colabora con distintos actores en la propia Escuela Normal y con otras instituciones de educación superior para desarrollar proyectos y generar propuestas innovadoras acordes a la diversidad de su alumnado.

Valores

- Reconoce la inclusión como un valor en la sociedad.
- Respeto las opiniones, estrategias de resolución de problemas y los razonamientos de docentes, pares y alumnos.
- Reconoce a la docencia como una profesión con fundamentos teóricos y metodológicos.

- Muestra honestidad al citar las ideas y trabajos de pares, docentes y autores.
- Soluciona problemas utilizando su pensamiento crítico.

Ponderación de acuerdo con las normas de control escolar: se sugiere que la evidencia de esta unidad equivalga al 25% de la calificación total.

Actividad integradora del curso

Como actividad integradora del curso se sugiere el análisis pedagógico, también llamado análisis previo, del problemario que las y los estudiantes compilaron en la segunda unidad. Dicho análisis consiste, en primer lugar, en utilizar los conocimientos adquiridos en la primera unidad para identificar posibles resoluciones correctas e incorrectas del alumnado de educación obligatoria y los posibles procesos en la construcción del modelo matemático implícito; en segundo lugar, en dicho análisis se incorporan las estrategias docentes de cara a las dificultades de las y los estudiantes, junto con las decisiones didácticas y de intervención en función de escenarios alternativos, fundamentados en los referentes conceptuales estudiados.

Es importante el trabajo colaborativo con el personal docente del curso *Práctica profesional y vida escolar*, del trayecto formativo Práctica profesional, para incluir estos aspectos teóricos, metodológicos y didácticos en las planificaciones.

Se sugiere recuperar el estudio de las bases didácticas de la modelación, el análisis de libros de texto y la reflexión sobre los procesos personales de la modelación de problemas, con el fin de garantizar prácticas educativas de calidad al tener las bases matemáticas para sistematizar, organizar y clasificar modelos matemáticos; reconocer relaciones, representaciones y restricciones

que brindan los contextos científicos, matemáticos y de las tecnologías; y las bases didácticas y metodológicas para fundamentar sus prácticas.

Evidencias

Para la elaboración de las evidencias el docente podrá elegir aquellas que son procesuales y permiten la retroalimentación, a diferencia de aquellas que permiten evidenciar el aprendizaje, para decidir si los considera como objeto de evaluación.

Se sugiere el desarrollo del siguiente proyecto:

- Análisis previo de los problemas de modelación sugeridos en libros de texto y en los exámenes de PISA, atendiendo a los niveles de aprendizaje de la modelación, que den cuenta de los diferentes procedimientos del alumnado de educación básica, las posibles respuestas correctas e incorrectas, y las estrategias docentes frente a cada una de dichas respuestas.

Criterios de evaluación de la evidencia integradora

Para evaluar la evidencia integradora se proponen dos criterios de evaluación de competencias, más abajo se presentan los indicadores de cada uno de los aspectos que las conforman:

- Reconoce las dificultades que podrían tener las y los alumnos de educación obligatoria en los procesos de modelación, dado un problema en contexto.
- Diseña propuestas de enseñanza de las Matemáticas fundamentadas en referentes conceptuales de la didáctica de las matemáticas mediante metodologías innovadoras.

Conocimientos

- Explica los referentes conceptuales sobre la didáctica de la modelación de las escuelas holandesa y mexicana.
- Clasifica los modelos matemáticos, sus elementos, relaciones y operaciones, sus bases conceptuales y axiomáticas.

- Integra los conceptos físicos, matemáticos y tecnológicos en la construcción de modelos.

Habilidades

- Propone ambientes tecnológicos para desarrollar la modelación.
- Explica las dificultades asociadas a la modelación matemática en la construcción del conocimiento matemático.
- Describe los procesos que sigue un estudiante cuando utiliza modelos para representar y resolver problemas.
- Identifica problemas que obstaculizan la modelación.
- Analiza los resultados de aprendizajes y desempeños en las matemáticas, reportados en distintos estudios.
- Identifica situaciones y ambientes de aprendizaje innovadores para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- Emplea los marcos teóricos y epistemológicos estudiados con anterioridad para favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje.

- Expresa claramente sus ideas y argumentos de forma oral y escrita en distintos contextos.
- Utiliza las TIC, TAC y TEP en su proceso de aprendizaje y en su práctica docente.

Actitudes

- Muestra autonomía en su proceso de aprendizaje.
- Escucha las conjeturas y argumentos de sus pares para resolver problemas profesionales.
- Muestra perseverancia para concluir con las tareas y actividades.
- Colabora con distintos actores en la propia Escuela Normal y con otras instituciones de educación superior para desarrollar proyectos y generar propuestas innovadoras acordes a la diversidad de su alumnado.

Valores

- Respeto las opiniones, estrategias de resolución de problemas y los razonamientos de docentes, pares y alumnos.
- Reconoce a la docencia como una profesión con fundamentos teóricos y metodológicos.

- Muestra honestidad al citar las ideas y trabajos de pares, docentes y autores.
- Soluciona problemas utilizando su pensamiento crítico.

Ponderación de acuerdo con las normas de control escolar: se sugiere que la evidencia integradora del curso equivalga al 50% de la calificación total.

Bibliografía básica

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

Lieberman, G. J. y Hillier, F. S. (2010). *Introducción a la investigación de operaciones*. México: McGraw Hill.

Taha, H. (2011). *Investigación de operaciones*. México: Pearson educación.

Ursini, S. y Orendain, M. (2000). *Modelación. Matemáticas del cambio*. México: SEP-ILCE (Proyecto EMAT).

Bibliografía complementaria

Castillo, E., Conejo, A. J., Pedregal, P. y Alguacil, N. (2002). *Formulación y resolución de modelos de Programación matemática en ingeniería y ciencia*. Madrid: UPM. Disponible en <http://www.dia.fi.upm.es/~jaferman/teaching/operational-research/LibroCompleto.pdf>

Fernández, M. y Rondero, C. (2004). El inicio histórico de la ciencia del movimiento: Implicaciones epistemológicas y didácticas. En *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, vol. 7, núm. 2. Disponible en <https://www.redalyc.org/pdf/335/33507202.pdf>

Videos

ANPM Delegación Puebla (4 junio 2020). *Matemática Educativa, transversalidad y COVID-19* | Dr. Ricardo A. Cantoral Uriza. [Video]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=pFnnhqb49Jw>

Susana Pérez (17 enero 2017). Ejemplo de aplicación de los modelos de optimización lineal. [Video]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=GitBS5HU9-M>

unProfesor (9 marzo 2015). Ejercicios de programación lineal resueltos 1. [Video]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=6ehilOTVQu8>

Recursos de apoyo

<https://www.conaliteg.sep.gob.mx/primaria.html>

<https://www.conaliteg.sep.gob.mx/secundaria.html>

<https://www.conaliteg.sep.gob.mx/telesecundaria.html>

<https://www.conaliteg.sep.gob.mx/telebachillerato.html>

Gestión de operaciones (2020). Blog sobre la Gestión e investigación de operaciones con tutoriales y ejercicios resueltos. Disponible en https://www.gestiondeoperaciones.net/programacion_lineal/7-recursos-gratuitos-para-el-estudiante-de-investigacion-de-operaciones/

<https://matematicasn.blogspot.com/2015/12/funciones-y-modelos-funcionales.html>

Sitios web

www.revista-educacion-matematica.org.mx

Perfil académico

Matemáticas.

Educación en la especialidad en Matemáticas.

Física.

Ingeniería.

Otras afines.

Nivel académico

Obligatorio: nivel de licenciatura, preferentemente maestría o doctorado en el área de conocimiento de Matemáticas, Física o Ciencias exactas.

Deseable: experiencia de investigación en el área.

Experiencia docente para

- Conducir grupos.
- Planear y evaluar por competencias.
- Utilizar las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Retroalimentar oportunamente el aprendizaje del estudiantado.

Experiencia profesional

Referida a la experiencia laboral en la profesión sea en el sector público, privado o de la sociedad civil.

Referencias del curso

- Antonius, S., Haines, C., Jensen, T. H., Niss, M. y Burkhardt, H.** (2007). Classroom activities and the teacher. En W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp. 295-308). New York: Springer.
- Burkhardt, H.** (1981). *The Real World and Mathematics*. Glasgow: Blackie. Reprinted 2000, Shell Centre Publications, Nottingham.
- Blomhøj, M. y Jensen, T. H.** (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. En *Teaching Mathematics and its Applications*, vol. 22, núm. 3, pp. 123-139.
- Blum, W.** (2002). ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education-Discussion Document. En *Educational Studies in Mathematics*, vol. 57, núm. 1/2, pp. 149-171.
- Confrey, J. y Maloney, A.** (2007). A Theory of mathematical modelling in technological settings. En W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp. 57-68) New York: Springer.
- Gilbert, J. K., Boulter, C. J. y Elmer, R.** (2000). Positioning models in science education and in design and technology education. En J. K. Gilbert y C. J. Boulter (Eds.), *Developing Models in Science Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Greer, B. y Verschaffel, L.** (2007). Modelling competencies-Overview. En W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp. 219-224) New York: Springer.
- Hallström, J. y Schönborn, K. J.** (2019). *Models and modelling for authentic STEM education: reinforcing the argument. International Journal of STEM Education*, vol. 22, núm. 6.

- Henning, H. y Keune, M.** (2007). Levels of modelling competencies. En W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp. 225-232). New York: Springer.
- Ikeda, T.** (2007). Possibilities for, and obstacles to teaching applications and modelling in the lower secondary levels. En W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp. 457-462) New York: Springer.
- Jablonka, E.** (1996). *Meta-Analyse von Zugängen zur Mathematischen Modellbildung und Konsequenzen für den Unterricht*. Berlin: Transparent.
- Kaiser, G. y Maaß, K.** (2007). Modelling in lower secondary mathematics classroom - problems and opportunities. En W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp. 99-108) New York: Springer.
- Lesh, R., Post, T. y Behr, M.** (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. En C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in teaching and learning mathematics*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Organisation for the Economic Cooperation and Development** (1999). *Measuring student knowledge and skills: A new framework for assessment*. Paris: OECD.
- Pead, D., Ralph, B. y Muller, E.** (2007). Uses of technologies in learning mathematics through modelling. En W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp. 309-318) New York: Springer.
- Steen, L. A. y Foreman, L. S.** (2001). *Why Math? Applications in Science, Engineering, and Technological Programs*. Research Brief, American Association of Community Colleges.
- Steen, L. A., Turner, R. y Burkhardt, H.** (2007). Developing mathematical literacy. En W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and*

Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study (pp. 285-294) New York: Springer.

Swan, M., Turner, R., Yoon, C. y Muller, E. (2007). The roles of modelling in learning mathematics. En W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp. 275-284) New York: Springer.

Weinert, F. E. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen-eine umstrittene Selbstverständlichkeit. En F. E. Weinert (Ed.), *Leistungsmessung in Schulen* (pp. 17-31). Weinheim, Basel: Beltz Verlag.

Secretaría de Educación Pública (2019). *Normas específicas de control escolar relativas a la selección, inscripción, reinscripción, acreditación, regularización, certificación y titulación de las licenciaturas para la formación de docentes de educación básica en la modalidad escolarizada (planes 2018)*. México: SEP.